

LOKAL ALANLARDA JEOİT ONDÜLASYONLARININ BELİRLENMESİNDE KULLANILAN ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Cevat İNAL, Bayram TURGUT, Cemal Özer YİĞİT

Selçuk Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği
Bölümü, 42031 Kampüs KONYA, email: cevat@selcuk.edu.tr

Özet : *Günümüzde, jeodezik çalışmalarda, GPS(Global Positioning System) yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak GPS ile belirlenen yükseklikler elipsoidal yükseklikler olup, pratik haritacılıkta kullanılan yüksekliklerden farklıdır. Bu nedenle GPS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin, pratik haritacılıkta kullanılan, ortometrik yüksekliğe dönüştürülmesi gerekmektedir. Dönüşüm farklı şekillerde yapılabilir. Bu çalışmada ~ 400 km² lik bir alanda GPS/Nivelman kombinasyonu ile belirlenmiş jeoit yüksekliklerinden yararlanarak, 4 modelleme tekniği ve 14 alt varyasyon kullanılarak dönüşüm yapılmıştır.*

Çalışma alanında elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen 74 nokta bulunmaktadır. Bu noktaların, uygun dağılımda bulunan, 21 tanesi dayanak noktası olarak seçilmiş ve 53 nokta ise enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılmasında kullanılmıştır.

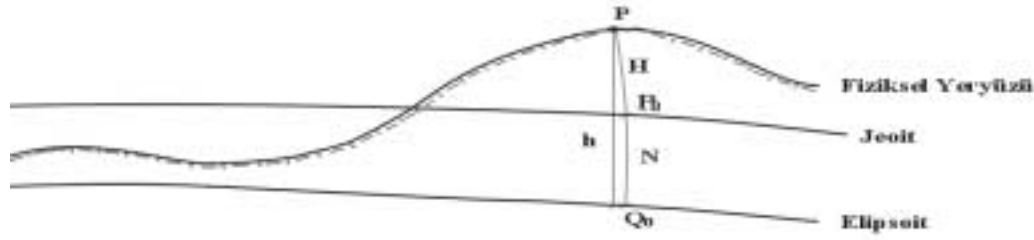
1. GİRİŞ

Günümüzde GPS ile, referans sistemi olan WGS-84(World Geodetic System-84) de, üç boyutlu konum belirlenebilmekte ve çok duyarlı sonuçlar elde edilmektedir. Elde edilen konum ve yükseklik değerlerinin kullanılması için ülke koordinat ve kot sistemine dönüştürülmesi gerekmektedir. Çünkü GPS'in kendine özgü bir referans sistemi vardır. Bunun nedeni uluslararası Jeodezi ve Jeofizik Birliği(IUGG) nin, bu sistemin tüm dünyada ortak kullanımının sağlanması amacıyla fiziksel yeryüzü, referans yüzeyi elipsoit ve eş potansiyelli yüzey jeoit gibi yer biçimleri arasında bir ilişkinin kurulabilmesi gerekliliğinden kaynaklanmaktadır[Akçin,1998].

GPS ile belirlenen elipsoidal yükseklik ile nivelman ile belirlenen ortometrik yükseklik arasında;

$$H = h - N \quad (1)$$

İlişkisi vardır[Liddle,1989]. Burada H; Ortometrik yükseklik, h; elipsoidal yükseklik, N; jeoit ondülasyonudur(Şekil 1).



Şekil 1: Elipsoidal yükseklik(h), ortometrik yükseklik(H) ve jeoit Ondülasyonu(N) arasındaki ilişki

Görüldüğü gibi ortometrik yüksekliklerin hesabı için jeoit ondülasyonunun bilinmesi gerekmektedir. Bu çalışmada dayanak noktalarına bağlı olarak farklı enterpolasyon yöntemleriyle jeoit ondülasyonlarının belirlenmesine çalışılmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

2. JEOİT ONDÜLASYONLARININ BELİRLENMESİNDE KULLANILAN ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Jeoit ondülasyonlarını belirleme teknikleri içerisinde en yaygın olarak kullanılanı, bölgede elipsoidal ve ortometrik yüksekliği bilinen ve bölgeyi en iyi temsil eden noktalardan yararlanarak, analitik bir yüzey geçirmektir. Yüzey geçirilmesi ile elde edilen matematiksel model, GPS ölçüsü yapılan noktalardaki jeoit ondülasyonlarının başka bir deyişle ortometrik yüksekliklerin belirlenmesinde kullanılır. Bu yöntem astrojeodezik yöntemle benzer. Her iki yöntemde de en yüksek hassasiyet, jeoidin düzgün olduğu alanlarda bulunan birbirine çok yakın istasyonlar arasında yapılan uygulamalarda elde edilir [King ve diğ., 1985].

Belirli bir ortogonal koordinat sisteminde, uygun dağılımda x, y koordinatları bilinen herhangi bir noktadaki jeoit ondülasyonu hesaplanabilir. Problemin çözülmesinde farklı ve çok çeşitli enterpolasyon yöntemleri kullanılabilir. Bu yöntemlerin bir bölümünde dayanak noktalarındaki yükseklikler hatasız kabul edilir, bir kısmında belirli bir dengeleme ya da düzensiz hataların filtrelemesi yapılır. Duruma göre o bölge için seçilmiş olan enterpolasyon yöntemi ne kadar uygunsa, jeoit ondülasyonunun hesaplanan değeri ile gerçek değeri arasındaki fark o denli küçük olur. Matematiksel olarak $E\{N_{hesap}\} = N_{gerçek}$ olması istenir. Pratikte bunun gerçekleşmesi zordur.

Enterpolasyon problemlerinin çözümünde;

- Noktasal enterpolasyon
- Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyon,
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyon

olmak üzere üç yaklaşım vardır [Güler, 1978].

Noktasal enterpolasyonda noktayı çevreleyen tanımlı bir daire, kare veya elips içine düşen dayanak noktalarına göre çözüm üretilir.

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyonda, tüm dayanak noktaları bir fonksiyon içerisinde kullanılır.

Yerel olarak tanımlanmış parça parça enterpolasyonda ise, jeoit yüzeyi daha çok parçalara bölünmektedir. Bunun nedeni, jeoit yüzeyinin arazi yüzeyine bağlı olarak tüm alan içerisinde homojen bir yapı göstermemesinden kaynaklanır[Akçin,1998].

Lokal alanlarda, yeterli hassasiyeti sağlayan, jeoit ondülasyonlarının belirlenmesinde kullanılan enterpolasyon yöntemleriyle ilgili araştırmalar Avrupa ve Amerika’da devam etmektedir. Bu çalışmada ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon, polinomlarla enterpolasyon, multiküadratik enterpolasyon ve Kriging yöntemleriyle enterpolasyon kullanılmıştır.

2.1 Ağırlıklı Aritmetik Ortalama İle Enterpolasyon

Noktasal enterpolasyon metodları arasında en yaygın ve en sık kullanılanıdır. Belli bir bölgede, jeoit ondülasyonu GPS/Nivelman ile belirlenmiş n sayıda dayanak noktası olduğunu varsayalım. Bu durumda diğer noktadaki jeoit ondülasyonu;

$$P_i = \frac{1}{D^k} \quad (2)$$

olmak üzere;

$$N = \frac{\sum_{i=0}^n N_i P_i}{\sum_{i=0}^n P_i} \quad (3)$$

eşitliği ile hesaplanır[Zhan-Ji, 1998]. D_i ; Jeoit ondülasyonu belirlenecek nokta ile i dayanak noktası arasındaki uzunluk, k ise tamsayıdır. Bu yöntemde akla gelebilecek ilk soru k'nın seçimidir. k değeri büyüdükçe yeni noktadaki jeoit ondülasyonu, komşu noktaların jeoit ondülasyonundan daha fazla etkilenir. Başka bir deyişle, ağırlıklı aritmetik ortalama ile enterpolasyon , en yakın komşuluklu enterpolasyon problemine dönüşür. Ondülasyon değerlerinde ani değişimler söz konusu ise k'nın etkisi daha fazladır.

2.2 Polinomlarla Enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyon tekniği yüzey modellemede en yaygın kullanılan tekniklerden biridir. Bu tekniğin amacı çalışılan bölgenin tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Bu amaçla dayanak noktalarının x_i, y_i koordinatları ve N_i jeoit ondülasyonundan yararlanarak fonksiyon katsayıları belirlenir. Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla tanımlanır.

Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda;

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (4)$$

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (5)$$

eşitliklerinden yararlanılır. Burada;

a_{ij} : Polinomun bilinmeyen katsayıları

x, y : Noktaların düzlem koordinatları

n : Yüzeyin derecesi (1,2,3)

dir.

Dayanak noktası sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise a_{ij} katsayıları en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile hesaplanır. A ; Katsayılar matrisi, $L^T = [N_1 \ N_2 \ \dots \ N_n]$ olmak üzere,

$$N = A^T A$$

$$n = A^T l \quad (6)$$

$$x = N^{-1} n$$

eşitlikleri yazılabilir. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda yüzeyin derecesine bağlı olarak;

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x \quad (n=1) \quad (7)$$

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (n=2) \quad (8)$$

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^3 + a_7 x^2 y + a_8 xy^2 + a_9 y^3 \quad (n=3) \quad (9)$$

fonksiyonları yazılır. Bu yöntemle enterpolasyonda yüzeyin derecesi 1 ise en az 3, yüzeyin derecesi 2 ise en az 6, yüzeyin derecesi 3 ise en az 10 dayanak noktası gereklidir.

Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise yüzeyin derecesine bağlı olarak ;

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy \quad (n=1) \quad (10)$$

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy + a_4 y^2 + a_5 xy^2 + a_6 x^2 + a_7 x^2 y + a_8 x^2 y^2 \quad (n=2) \quad (11)$$

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 xy + a_4 y^2 + a_5 xy^2 + a_6 x^2 + a_7 xy^2 + a_8 x^2 y^2 + a_9 y^3 + a_{10} xy^3 +$$

$$a_{11}x^2y^3 + a_{12}x^3 + a_{13}x^3y + a_{14}x^3y^2 + a_{15}x^3y^3 \quad (n=3) \quad (12)$$

fonksiyonları yazılır. Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda yüzeyin derecesi 1 ise en az 4, yüzeyin derecesi 2 ise en az 9, yüzeyin derecesi 3 ise en az 16 dayanak noktası gereklidir[İnal,1996].

Polinomlarla enterpolasyonda polinomun derecesinin artması elde edilecek doğruluğun artacağı anlamına gelmez. Derecenin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar oluşur. Yüzeyde oluşan ani inip çıkımlar gerçeğe uygun olmayan yükseklik değişimlerine neden olur.

2.3 Multikvadratik Enterpolasyon

Bu güne kadar çeşitli jeodezik ve fotogrametrik problemlerin çözümünde kullanılan yöntem Hardy(1971) tarafından önerilmiştir. Bu enterpolasyon tekniğinin amacı çalışma alanında bilinen tüm dayanak noktaları kullanılarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlamaktır. Analitik bir çözümleme tekniğidir. Tekniğin uygulanabilmesi için önce bir trend yüzey geçirilir. Trend yüzeyi olarak birinci ya da ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur[Leberl,1973].

Multikvadratik enterpolasyon tekniğinde, bir noktadaki jeoit ondülasyonu bu noktanın x,y düzlem koordinatları kullanılarak;

$$N(x, y) = N_{trend} + \sum_{i=1}^n C_i [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + \delta^2]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

eşitliği ile hesaplanır.(13) eşitliğinde;

n : dayanak noktalarının sayısı

C_i : dayanak noktalarının bilinen N (x,y) değerlerinden yararlanarak hesaplanan katsayılar

δ : geometrik parametredir.

δ değerinin büyüklüğü konusunda bir çok araştırma yapılmıştır[Fogel ve Tinny,1996]

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n [(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2]}{n(n-1)} \quad (14)$$

C_i katsayılarını hesaplamak için aşağıdaki yol izlenir.

$$C_1.a_{11} + C_2.a_{12} + \dots + C_n.a_{1n} = \Delta N_1$$

$$C_1.a_{21} + C_2.a_{22} + \dots + C_n.a_{2n} = \Delta N_2 \quad (15)$$

.....

$$C_1.a_{n1} + C_2.a_{n2} + \dots + C_n.a_{nn} = \Delta N_n$$

Matris gösterimi ile bilinmeyen C_i katsayıları ;

$$C_j = A^{-1} \Delta N \quad (16)$$

olur.(15) eşitliğindeki a_{ij} katsayıları dayanak noktalarının koordinatlarından yararlanarak;

$$a_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (17)$$

eşitliği hesaplanır. ΔN_i ; i noktasında geçirilen trend yüzeyi ile ondülasyon değeri arasındaki farktır. Multiküadratik yöntemin avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir[Uluğtekin,1994].

- Dayanak noktaları homojen dağılmamış olsalar bile yüzey modellemesinin sonuçları çok az etkilenmektedir.
- Dayanak noktalarının hesaplanan noktaya olan mesafesinin artması durumunda yüzey modellemesine olan katkısında o oranda azalmaktadır.
- Dayanak noktaları için hiçbir çakışırma artığı kalmamaktadır.

2.4 Kriging Enterpolasyon Yöntemi

Kriging enterpolasyon yöntemi, maden cevherlerinin daha kesin biçimde kestirilmesi amacıyla bu tekniği geliştiren D.G.Krige isimli Güney Afrikalı bir maden mühendisinden adını almaktadır. Bu enterpolasyon yöntemi iki boyutlu ve üç boyutlu olarak kullanılabilir.

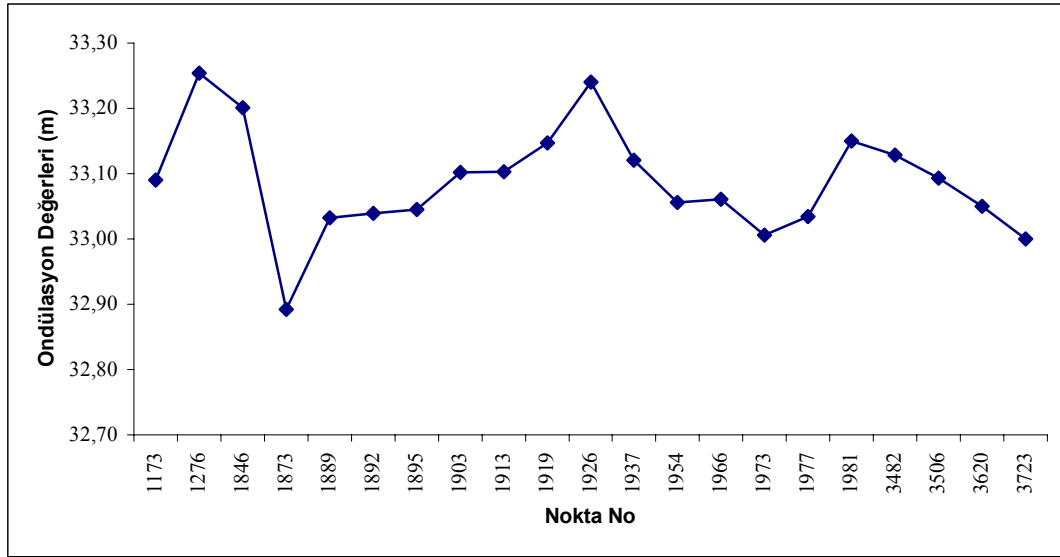
Kriging enterpolasyon yöntemi bilinen yakın noktalardan alınan verileri kullanarak diğer noktalardaki verilerin optimum değerlerini kestiren bir enterpolasyon metodudur. Kriging daha önceden tanımlanmış bir kovaryans modelinden hesap varyansını minimize eden lineer regresyon setidir. Kriging enterpolasyon yönteminde bir bölgede enterpole edilecek olan parametrelerin bölgesel bir değişken olduğu kabul edilir. Birbirine yakın noktalardaki veri değerlerinin daha korelasyonlu olması için bölgesel değişken konumsal olarak sürekli bir çeşitlilik gösterir.

Kriging enterpolasyon yöntemi, ağırlıklı ortalama yöntemine benzer bir şekilde bilinmeyen bölgeler için enterpolasyon değerlerinde en yakın dayanak noktalarından daha fazla etkilenmeyi sağlayan bir ağırlık modeli kullanır. Kriging enterpolasyon yöntemi simple kriging, ordinary kriging ve universal kriging olarak üç gruba ayrılabilir. Her bir kriging yöntemi matematiksel algoritma ve hesaplama tekniği açısından farklılıklar gösterir. Detaylı bilgi için [Nielsen,1997] ye bakılabilir.

3. SAYISAL UYGULAMA

Çalışma alanındaki noktalar Ankara/Gölbaşı jeodezik ağına aittir. Ölçüler K-MAP Mühendislik Müşavirlik Ticaret ve Taahhüt Ltd.Şti. tarafından yapılmıştır.Çalışma alanı kuzey-güney yönünde ~26 km, doğu-batı yönünde ~17 km dir. Bölge içinde Gauss –Krüger projeksiyon koordinatları ve jeoit ondülasyonu bilinen 74 nokta bulunmaktadır. Jeoit ondülasyonları $N_{min} = 32.860$ m ile $N_{maks} = 33.254$ m arasındadır. Uygun

dağılımdaki 21 nokta dayanak noktası olarak alınmıştır. Dayanak noktalarındaki jeoit ondülasyonu Şekil 2 de verilmektedir.



Şekil 2: Dayanak noktalarındaki jeoit ondülasyonları

Çalışma alanında dayanak noktaları dışında kalan 53 noktadaki jeoit ondülasyonları farklı enterpolasyon yöntemleri ile hesaplanmıştır. Kriging yöntemi ile hesaplamalarda [Golden software, 1995] kullanılmıştır. Hesaplanan jeoit ondülasyonları ile GPS/Nivelman ile belirlenen ondülasyonlar arasındaki fark (ϵ) Tablo 1 de verilmektedir.

Tablo 1’deki farklar kullanılarak her enterpolasyon yöntemi için standart sapma;

$$m = \pm \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon}{n}} \quad (18)$$

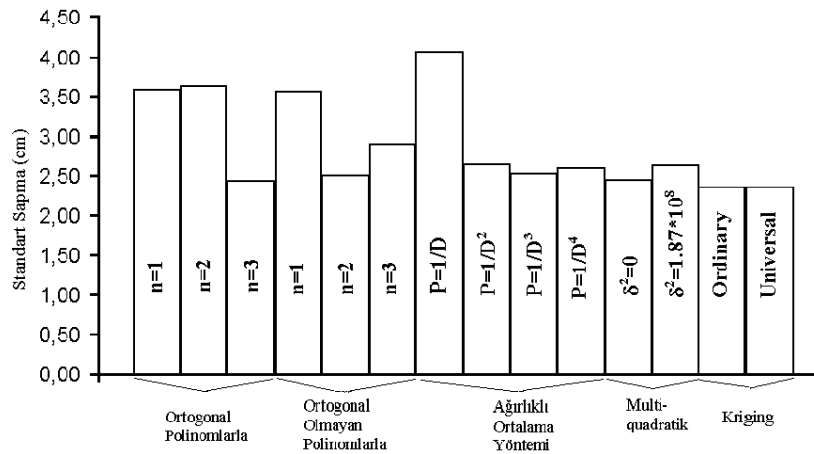
eşitliği ile hesaplanmıştır (Tablo 2). Hesaplanan standart sapmalar grafik olarak Şekil 3 de gösterilmiştir.

Tablo 1: Enterpolasyon yöntemleriyle hesaplanan jeoit ondülasyonları ile GPS/Nivelman ile belirlenen jeoit ondülasyonları arasındaki farklar (cm)

Nokta No	Ortogonal polinom			Ortogonal olmayan polinom			Ters Uzaklıkları Ağırlıklı Ortalama				Multiküadratik		Kriging	
	1.der.	2.der.	3.der.	1.der.	2.der.	3.der.	1/D	1/D ²	1/D ³	1/D ⁴	$\delta^2=0$	$\delta^2=1,87 \cdot 10^8$	Ordinary	Universal
1872	-9,3	-9,4	-5,9	-9,0	-4,7	-4,9	-12,6	-4,7	-3,4	-3,2	-5,5	-6,2	-5,3	-5,2
1882	-3,8	0,6	-3,2	-3,8	-4,9	-8,6	-9,7	-7,3	-6,4	-6,2	-5,6	-4,9	-4,2	-3,8
1883	2,9	6,9	3,5	2,9	1,8	-1,0	-2,6	-0,3	0,4	0,6	1,2	1,3	2,3	2,6
1884	-2,7	1,0	-2,0	-2,7	-3,6	-5,7	-7,7	-5,5	-4,9	-4,8	-4,3	-4,5	-3,4	-3,2
1885	-2,5	0,8	-1,7	-2,5	-3,2	-4,8	-7,2	-5,0	-4,3	-4,1	-3,9	-4,5	-3,3	-3,3
1890	-2,3	0,1	-2,3	-2,5	-3,4	-3,1	-4,6	-3,2	-2,9	-2,9	-3,1	-2,9	-3,0	-3,0
1891	0,0	2,1	-0,2	-0,1	-1,0	-0,4	-2,0	-0,7	-0,6	-0,6	-0,5	-0,2	-0,4	-0,4
1893	1,8	2,7	0,9	1,6	1,0	1,8	0,6	1,8	2,0	2,0	1,7	1,9	1,8	1,8
1894	1,4	1,5	-0,2	1,1	0,6	1,6	0,3	1,4	1,5	1,5	1,5	1,7	1,6	1,6
1896	0,3	-0,8	-1,3	0,0	0,0	0,1	-0,1	1,2	1,3	1,3	0,5	-0,3	0,4	0,3
1897	-0,1	-1,5	-1,0	-0,4	-0,2	-0,6	-0,5	0,8	1,2	1,4	-0,1	-1,6	-0,3	-0,4
1898	2,4	0,7	2,1	2,2	2,6	1,7	2,3	3,2	3,5	3,6	2,1	0,3	1,9	1,8
1899	3,4	1,6	3,3	3,2	3,7	2,6	3,3	4,1	4,1	3,9	3,0	1,2	2,8	2,7
1900	1,3	-0,7	1,7	1,1	1,7	0,3	1,3	1,3	0,5	-0,2	0,5	-1,1	0,4	0,3
1901	2,0	0,2	2,9	1,8	2,7	1,0	2,0	1,4	0,4	-0,2	1,1	-0,3	1,0	0,9
1902	2,0	-0,1	3,1	1,8	2,8	1,0	1,9	0,7	0,1	0,0	0,9	0,0	0,8	0,8
1904	-1,5	-3,8	0,2	-1,7	-0,4	-2,2	-0,9	-2,0	-2,3	-2,4	-2,3	-2,1	-2,3	-2,4
1905	3,3	0,9	5,2	3,2	4,5	2,8	4,6	4,0	3,3	3,1	3,0	3,5	3,0	2,9
1906	-1,5	-3,8	0,6	-1,6	-0,1	-1,7	0,2	-0,1	-0,6	-0,9	-1,2	-0,4	-1,2	-1,3
1907	-3,5	-5,5	-1,2	-3,6	-1,8	-3,5	-1,7	-1,9	-2,2	-2,5	-2,7	-1,9	-2,8	-2,8
1908	-7,3	-9,4	-5,1	-7,4	-5,7	-7,1	-5,2	-5,5	-5,7	-6,0	-6,2	-5,3	-6,3	-6,3
1909	-5,5	-7,4	-3,1	-5,6	-3,7	-4,8	-3,2	-3,6	-3,8	-4,0	-3,8	-2,9	-3,8	-3,9
1910	-7,1	-9,0	-4,7	-7,2	-5,3	-6,3	-4,6	-5,1	-5,3	-5,4	-5,2	-4,4	-5,3	-5,3
1911	-6,4	-8,1	-4,0	-6,4	-4,5	-5,3	-3,8	-4,2	-4,4	-4,4	-4,2	-3,6	-4,2	-4,3
1912	-3,8	-5,4	-1,4	-3,8	-1,8	-2,5	-1,2	-1,6	-1,6	-1,6	-1,4	-1,0	-1,4	-1,5
1914	-1,7	-2,8	0,8	-1,7	0,5	0,4	1,4	1,2	1,3	1,4	1,0	0,9	0,7	0,8
1915	-1,5	-2,4	1,0	-1,5	0,7	0,8	1,8	1,3	1,6	1,8	1,0	0,8	0,7	0,7
1916	-4,0	-4,7	-1,6	-3,9	-2,0	-1,4	-0,6	-1,9	-2,2	-2,3	-1,9	-2,3	-2,3	-2,3
1917	2,8	2,2	5,0	2,8	4,6	5,5	6,2	4,3	3,6	3,4	4,3	3,7	3,9	4,0
1918	-4,2	-4,3	-1,9	-4,1	-2,3	-1,0	-1,2	-3,1	-3,3	-3,3	-2,9	-3,3	-3,1	-3,1
1920	-0,5	-0,7	1,4	-0,4	0,8	2,2	3,2	1,3	1,2	1,2	0,2	-0,9	-0,2	-0,1
1921	-0,8	-1,6	0,3	-0,7	-0,5	0,9	3,4	1,1	0,9	1,1	-0,9	-2,6	-1,5	-1,4
1922	1,7	0,2	2,1	1,8	1,0	2,4	6,0	2,9	1,9	2,0	0,9	-1,2	0,1	0,3
1923	1,7	-1,0	0,5	1,8	-0,8	0,3	5,6	0,3	-2,3	-3,4	-0,5	-2,6	-1,3	-1,1
1924	4,9	1,5	2,6	5,0	1,2	2,0	8,1	1,7	-0,2	-0,7	1,7	0,0	1,0	1,2
1925	5,1	0,7	1,5	5,3	0,0	0,7	5,8	0,2	-0,3	-0,3	0,8	-0,1	0,5	0,5
1927	-2,3	-1,4	0,5	-2,2	0,5	1,9	0,9	-1,1	-1,4	-1,5	0,1	0,4	-0,1	-0,1
1928	-3,0	-1,8	-0,1	-2,9	0,3	1,5	0,4	-1,3	-2,1	-2,4	0,4	0,9	-0,1	0,0
1956	2,1	0,5	-1,6	2,1	-0,5	1,4	0,2	1,5	1,9	2,0	0,5	0,4	1,3	1,4
1974	1,2	0,5	-0,5	1,3	-1,6	1,2	-2,0	0,8	1,4	1,5	0,8	1,4	0,8	0,7
1975	1,0	-0,4	-1,1	1,1	-2,7	0,1	-3,1	-0,9	-0,5	-0,6	-0,5	0,2	-0,5	-0,6
1976	2,6	0,3	0,1	2,7	-2,1	0,3	-2,0	-0,7	-0,8	-0,9	-0,1	0,3	-0,2	-0,2
1979	-2,1	3,2	3,7	-2,1	0,0	-1,3	2,2	0,1	-0,5	-0,6	-0,9	-3,6	-0,3	-0,6
2000	-2,7	2,3	2,3	-2,7	-0,2	-1,2	1,6	-0,2	-0,7	-0,9	-1,0	-2,2	-0,8	-1,0
2001	-2,6	2,9	3,2	-2,6	-0,2	-1,4	2,0	0,0	-0,6	-0,8	-1,1	-3,6	-0,6	-0,9
3520	-1,4	-1,9	-0,3	-1,3	-1,1	0,4	3,1	0,7	0,5	0,7	-1,4	-3,3	-2,1	-2,0
3548	8,4	5,1	2,6	8,2	4,1	1,3	7,4	4,0	1,5	0,2	2,8	4,0	2,4	2,5
3564	7,7	3,5	0,0	7,6	1,1	-1,6	4,4	-0,3	-2,6	-3,3	-0,8	-3,0	-1,0	-1,0
3617	-0,5	-0,8	2,3	-0,5	2,8	1,9	2,0	1,8	1,6	1,5	3,3	3,6	2,9	2,9
3619	-3,7	-3,4	-1,2	-3,7	0,0	-1,2	-1,6	-0,1	1,1	1,5	0,7	0,9	0,2	0,3
3650	-1,8	-2,7	0,6	-1,9	0,5	-2,0	-1,0	-1,0	-1,5	-2,0	-0,7	-1,0	-1,3	-1,2
3655	1,9	1,3	0,0	1,9	0,4	3,1	-0,7	1,1	2,0	2,3	2,0	4,2	2,0	2,0
3680	0,6	0,8	2,6	0,5	2,5	0,1	0,1	0,7	0,8	0,8	0,5	-0,5	0,1	0,1

Tablo 2: Enterpolasyon yöntemlerinin karşılaştırılmasında kullanılan kriterler

Enterpolasyon Yöntemi		Minimum Hata (cm)	Maximum Hata (cm)	Mutlak Ortalama (cm)	Standart sapma (cm)	$\epsilon < \pm 5\text{cm}$ Nokta sayısı
Ortogonal Polinom	1.derece	0,04	9,26	2,88	$\pm 3,58$	45
	2.derece	0,11	9,41	2,62	$\pm 3,62$	44
	3.derece	0,03	5,94	1,92	$\pm 2,44$	49
Ortogonal olmayan Polinom	1.derece	0,02	8,96	2,86	$\pm 3,56$	44
	2.derece	0,03	5,71	1,90	$\pm 2,50$	51
	3.derece	0,06	8,58	2,17	$\pm 2,90$	47
Ters uzaklıklı ağırlıklı ortalama	1/D	0,09	12,55	3,05	$\pm 4,06$	42
	1/D ²	0,02	7,27	2,00	$\pm 2,64$	48
	1/D ³	0,14	6,42	2,02	$\pm 2,53$	50
	1/D ⁴	0,02	6,24	2,10	$\pm 2,59$	50
Multi-kuadratik	$\delta^2=0$	0,13	6,23	1,87	$\pm 2,45$	49
	$\delta^2=1,87 \cdot 10^8$	0,01	6,20	2,08	$\pm 2,63$	50
Kriging	Ordinary	0,06	6,25	1,80	$\pm 2,35$	50
	Universal	0,01	6,34	1,81	$\pm 2,34$	50



Şekil 3: Farklı enterpolasyon yöntemlerine göre hesaplanan standart sapmalar

4. SONUÇ

GPS ile belirlenen elipsoidal yüksekliklerin pratik haritacılıkta kullanılan ortometrik yüksekliğe dönüşümü için 4 enterpolasyon yöntemi ve 14 alt varyasyon kullanılmıştır. Enterpolasyon yöntemleri ile bulunan jeoit ondülasyonları ile GPS/Nivelman ile belirlenen jeoit ondülasyonları arasındaki farklardan standart sapmalar hesaplanmıştır. Hesaplanan standart sapmalar ve farklar dikkate alındığında, çalışma bölgesi için; ortogonal polinomlarla enterpolasyonda 3.derece yüzey, ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda 2.derece yüzey, ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda ağırlık $1/D^3$, multikvadratik enterpolasyonda $\delta^2 = 0$, Kriging yöntemiyle enterpolasyonda ise ordinary ve üniversal kriging yöntemleri en iyi sonucu vermektedir.

Çalışma alanında kullanılan enterpolasyon yöntemleri birlikte değerlendirildiğinde, en iyi sonucu ortogonal olmayan polinomda 2.derece yüzeyin verdiği söylenebilir.

5. KAYNAKLAR

- Akçin,H., GPS Ölçülerinden Pratik Yüksekliklerin Elde Edilmesi Üzerine Bir Araştırma,Doktora Tezi,YTÜ,İstanbul, 1998.
- Fogel,D.N.,Tinney,L.R., Image Registration Using Multiquadratic Functions,The Finite Element Method, Bivariate Mapping Polynomials And Thin Plate Spline, Technical Report, SantaBarbara,1996.
- Golden Software, Surfer(Win 32) Version 6.01, Help Menu, Colorado, 1995.
- Güler,A., Sayısal Arazi Modellerinde Interpolasyon Yöntemi , Harita Dergisi, Sayı 85,Ankara, 1978.
- Hardy R.L., Multiquadratic Equation Of Topography And Other Irregular Surface, Journal Of Geophysical Research,Vol.76,No8, 1971.
- İnal,C., Yerel Jeoit Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yüksekliklerin Belirlenmesi,S.Ü Müh.Mim.Fak. Dergisi,11.Cilt,2.Sayı,S.15-21,Konya,1996.
- Leberl, F., Interpolation İn A Square Grid DTM, ITC Journal, 1973-75,1973.
- Liddle,D.A., Orthometric Height Determination By GPS. Surveying And Mapping, Vol. 49,No:1,1989.
- Nielsen,A.A., Kriging, Departement Of Mathematical Modelling, Technical University Of Denmark, Denmark, 1997.
- Uluğtekin, N., Sayısallaştırılmış Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükseltmesi, İTÜ Dergisi, Cilt 52, Sayı1-2, İstanbul, 1994.
- Zhan-Jı.Y., Precise Determination Of Local Geoid And İts Geophysical Interpretation, Doktora Tezi, Hong Kong Polytechnich University,Hong Kong, 1998.